Cycle réel, représentation VAR et ouverture de l'économie française

Catherine Bruno,
Département des études de l'OFCE

Franck Portier *,
CEPREMAP et MAD Paris I

A la suite des travaux fondateurs de Kydland et Prescott (1982) et de Long et Plosser (1983), la théorie du cycle réel (Real Business Cycle theory) propose une explication des fluctuations macroéconomiques conjoncturelles utilisant comme cadre de référence théorique le modèle néoclassique de croissance. La modélisation RBC permet une représentation simplifiée et fortement spécifiée de l'économie, représentation généralement soumise à validation quantitative par le biais de simulations stochastiques. Deux extensions récentes du paradigme RBC retiennent plus particulièrement notre attention dans cet article : la première concerne la prise en compte de la dimension économie ouverte des économies occidentales modernes ; la seconde permet l'introduction de facteurs de production autres que le capital et le travail dans la fonction de production. Notre objectif est ici de concilier ces deux développements récents de la théorie du cycle réel en modélisant la France comme une petite économie ouverte (i.e. sans influence sur le taux d'intérêt mondial), important de l'énergie faiblement substituable au capital national et à un prix également exogène. Sur un plan empirique, nous développons deux techniques de validation du modèle théorique : nous procédons à des simulations stochastiques et comparons les moments d'ordre deux théoriques — issus du modèle — à ceux observés — issus des données. Cette méthode de validation est couramment utilisée par les théoriciens du cycle réel. Nous étendons cette méthode de validation courante à la comparaison des fonctions de réponse à un choc du modèle RBC avec les fonctions de réponse à un choc estimées selon une représentation vectorielle autorégressive (VAR).

* Nous remercions P. FÈVE, J.-O. HAIRAULT, F. LANGOT et J. LE CACHEUX ainsi que les participants à l'ESEM 92 pour leurs commentaires et conseils. Nous demeurons seuls responsables des éventuelles erreurs subsistantes.
F. PORTIER était allocataire de recherche au CREST au moment de cette étude.

Persée creative commons

Les principales limites de ce travail nous semblent de deux ordres. D'une part, le problème technique de non-stationnarité du modèle linéarisé d'une petite économie ouverte a été résolu en supposant que les titres nationaux et étrangers n'étaient pas parfaitement substituables, et ce en intégrant négativement le niveau absolu du stock d'actifs étrangers à la fonction d'utilité. Une telle hypothèse, de par son caractère « ad hoc », devra être abandonnée au profit d'une spécification plus explicite dans nos travaux futurs. D'autre part, le caractère peu convaincant de la comparaison des réponses aux chocs RBC versus VAR pose un problème plus général du traitement de la tendance stochastique dans la littérature RBC et de l'articulation valide cycle-tendance qu'elle permettrait.

A la suite des travaux fondateurs de Kydland et Prescott (1982) et de Long et Plosser (1983), la théorie du cycle réel *(Real Business Cycle theory)* propose une explication des fluctuations macroéconomiques conjoncturelles utilisant comme cadre de référence théorique le modèle néoclassique de croissance. La modélisation *RBC* permet une représentation simplifiée et fortement spécifiée de l'économie, représentation généralement soumise à validation quantitative par le biais de simulations stochastiques. Dans la version originelle du modèle, les chocs de productivité sont au coeur des fluctuations macroéconomiques et constituent l'unique source d'impulsion du système. Dans ce cadre, ces fluctuations résultent des réponses optimales des agents à des chocs exogènes ; optimum et équilibre coïncident à chaque instant et toute intervention extérieure au système conduit à une perte de bien être.

Un tel modèle permet alors la reproduction de certains faits stylisés des fluctuations conjoncturelles dans les économies de marché occidentales : les fluctuations de la consommation, de l'investissement et de l'emploi sont procycliques ; le produit est moins variable que l'investissement et plus que la consommation ; enfin, les principaux agrégats économiques ont un caractère persistant.

Deux des limites essentielles de la modélisation *RBC* sont liées à l'hypothèse d'unicité de la source d'impulsion considérée et à l'interprétation de cette impulsion comme impulsion technologique. Concernant le premier point, Lucas (1987) doute de la capacité des seuls chocs technologiques à engendrer des dépressions comme celle de l'après-guerre, à moins de leur attribuer une variance et une persistance élevées. Concernant le second, une série de travaux théoriques (Hall, 1989) et empiriques (Bruno et Reichlin, 1991 ; Langot, 1991 ; Evans, 1992 ; Hairault, 1992) montre la con*tamination* du résidu de Solow par des chocs de demande, alors que ce résidu est considéré par les théoriciens du cycle réel comme une bonne mesure de

l'impulsion technologique. Summers (1986) attribue par exemple une part importante des variations de la productivité totale des facteurs à des comportements de thésaurisation de main d'oeuvre des entreprises.

En réponse à ces questions, des mécanismes d'essence plus keynésienne ont été introduits afin de pallier les insuffisances du modèle concernant l'unicité et la nature des chocs considérés. Hénin (1991) fait à ce titre état de nombreuses voies de recherche dont le point commun se révèle plus méthodologique (dans la construction de petits modèles d'équilibre général et l'utilisation de simulations stochastiques) que théorique ; la référence à une optimalité des fluctuations conjoncturelles est abandonnée. Le cadre de référence est élargi afin de permettre l'introduction de la concurrence imparfaite (Cho, 1990 ; Hairault et Portier, 1991c), d'une dimension nominale et monétaire des fluctuations (Cooley et Hansen, 1989 ; King, 1990 ; Hairault et Portier, 1991b), de comportements effectifs de rétention de main d'oeuvre (Burnside, Eichenbaum et Rebelo, 1990 ; Fairise et Langot, 1991 ; Fairise, Hénin et Langot, 1992).

Deux extensions récentes du paradigme *RBC* retiennent plus particulièrement notre attention : la première concerne la prise en compte de la dimension *économie ouverte* des économies occidentales modernes ; la seconde permet l'introduction de facteurs de production autres que le capital et le travail dans la fonction de production.

L'extension à l'économie ouverte permet de s'interroger sur la signification de certaines régularités empiriques observées sur les indicateurs économiques internationaux. La première de ces régularités concerne le niveau élevé de la corrélation entre épargne et investissement. Puisque cette corrélation est théoriquement nulle lorsque les capitaux sont parfaitement mobiles, Feldstein et Horioka (1980) expliquent son niveau par le degré d'imperfection de la mobilité des capitaux. Des travaux plus récents (Obstfeld, 1986 ; Backus, Kehoe et Kydland, 1989 ; Bec, 1992) réinterprètent ce fait stylisé par la médiation des chocs de productivité persistants et corrélés entre les pays. La seconde de ces régularités concerne le caractère acyclique ou faiblement contra-cyclique des soldes courant et commercial (Backus, Kehoe et Kydland, 1989 ; Cardia, 1991).

L'intégration de facteurs de production autres que le travail et le capital permet la prise en compte de l'énergie (Kim et Lougani, 1992), facteur mis souvent en avant dans l'explication des fluctuations conjoncturelles françaises depuis 1973.

Notre objectif est ici de concilier ces deux développements récents de la théorie du cycle réel en modélisant la France comme une petite économie ouverte (i.e. sans influence sur le taux d'intérêt mondial), important de l'énergie faiblement substituable au capital national et à un prix également exogène. Outre l'exogénéité du taux d'intérêt réel mondial et l'imparfaite substitution capital-énergie importée, les options de modélisation adoptées dans ce travail concernent le traitement du marché financier : les ménages français ont le choix entre titres nationaux (contrepartie du capital productif national) et titres étrangers, mais la mobilité du capital physique national est

imparfaite (il existe des coûts d'ajustement sur le capital) et la substituabilité entre actifs est imparfaite (il existe une préférence pour les actifs nationaux).

Sur un plan empirique, nous développons deux techniques de validation du modèle théorique : une fois le modèle résolu par linéarisation autour de son état stationnaire, en suivant la méthode de King, Plosser et Rebelo (1987), nous procédons à des simulations stochastiques et comparons les moments d'ordre deux théoriques — issus du modèle — à ceux observés — issus des données. Cette méthode de validation est couramment utilisée par les théoriciens du cycle réel. Nous étendons cette méthode de validation courante à la comparaison des fonctions de réponse à un choc du modèle *RBC* avec les fonctions de réponse à un choc estimées selon une représentation vectorielle autorégressive *(VAR)*. Ces fonctions de réponse à un choc estimées doivent être perçues comme une autre façon de lire les données et une représentation vectorielle autorégressive permet une telle estimation. Pour cela, nous estimons un système vectoriel autorégressif qui comprend la consommation, l'investissement, la production, les heures travaillées, les facteurs de production importés ainsi que les variables exogènes présentes dans le modèle de cycle réel. Nous évaluons alors à partir des modèles *VAR* et *RBC* les fonctions de réponse des variables macro-économiques à trois chocs : un choc technologique, un choc de prix de l'énergie importée et un choc de taux d'intérêt réel mondial. L'utilisation des techniques de *bootstrap* permet de construire des intervalles de confiance des réponses du *VAR*. Ainsi, nous évaluons la capacité du modèle *RBC* à reproduire les réponses aux chocs estimées.

Dans un premier temps, nous présentons les propriétés du cycle des affaires français et les comparons à celles de ses principaux partenaires (Allemagne et Etats-Unis) ainsi qu'à celles d'une petite économie ouverte typique (le Canada), afin d'en dégager certains faits stylisés que le modèle théorique tentera de reproduire et d'expliciter. Dans un second temps, nous rappelons les enjeux spécifiques à la modélisation *RBC* et à son extension en économie ouverte. Un troisième temps décrit le modèle ainsi que la technique de résolution utilisée, et un quatrième temps propose une validation du modèle à partir de la comparaison des moments observés et simulés mais aussi à partir de la comparaison des fonctions de réponse aux chocs simulées et estimées.

Les faits stylisés des fluctuations conjoncturelles dans les économies ouvertes

L'intérêt porté dans cette étude aux fluctuations économiques de court terme nous oblige à donner une définition du cycle économique. En effet, la notion de cycle économique utilisée ici ne s'identifie pas à celle du cycle mathématique, tel qu'il est défini par l'existence de racines complexes dans le processus suivi par la variable économique, lorsque celui-ci est supposé être un processus linéaire aux différences et à coefficients constants. La

notion de cycle que nous retenons renvoie plutôt au concept économique de fluctuations conjoncturelles sans pour autant préjuger du caractère régulier de leur récurrence et se démarque par conséquent des cycles longs de type Kondratief. Ainsi, la caractérisation des fluctuations conjoncturelles est menée en partie grâce à l'utilisation des techniques des séries temporelles et à l'étude des éventuelles co-variations entre les variables économiques.

Le cycle économique est mesuré dans cette étude par l'écart entre la variable économique brute et sa tendance telle que la définissent Hodrick et Prescott (1980). En effet, le filtre de Hodrick-Prescott constitue une mesure de référence des fluctuations conjoncturelles fréquemment utilisée dans la littérature. Pour chaque variable, il élimine la composante non stationnaire, ou tendancielle, ainsi que tout mouvement long, ou de basse fréquence, présent dans la composante stationnaire. Comme le montrent King et Rebelo (1989), il procède à l'élimination de tous les cycles de période supérieure à cinq ans, période correspondant à la longueur moyenne des cycles d'affaires aux Etats-Unis et en France également (Portier, 1993).

Nous appréhendons le cycle conjoncturel par les mouvements joints de six agrégats : le produit, la consommation, l'investissement, les heures travaillées, le solde commercial rapporté au produit et l'énergie importée (respectivement y, c, i, h, tb/y et e) dans le cas français et américain. Ces séries sont donc filtrées selon la méthode d'Hodrick et Prescott. Les fluctuations conjoncturelles, quel que soit le pays considéré, sont mises en évidence à l'aide des moments statistiques d'ordre deux, pratique généralement utilisée par les théoriciens des cycles réels pour rendre compte des faits stylisés. Ainsi, des éléments d'information sur la variabilité, la procyclicité et la persistance des composantes cycliques des variables sont respectivement mesurées par l'écart-type, la corrélation avec l'activité économique et l'autocorrélation.

1. Propriétés du cycle d'affaire français
Données annuelles 1973-1989

Variable	y	c	i	h	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 1.61	0.77	3.50	1.12	4.58	0.67
Autocor 1	0.50	0.61	0.47	0.53	0.52	0.10
Corr (,y)	1	0.79	0.81	0.92	0.77	−0.34
Corr (i,s)	0.80					
Corr (y,p^e)	−0.20					

Source: INSEE. Calculs des auteurs.

2. Propriétés du cycle d'affaire américain
Données annuelles 1960-1985

Variable	y	c	i	h	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 1.61	0.74	4.16	1.13	3.64*	0.40
Autocor 1	0.46	0.46	0.26	0.42	nd	0.59
Corr (,y)	1	0.83	0.88	0.84	0.72*	−0.35
Corr (i,s)	0.82					
Corr (y,p^e)	−0.44*					

* : Kim et Loungani (1992). La période d'observation va de 1947 à 1987. e et p^e représentent respectivement le volume et le prix des énergies fossiles produites sur le sol national.

Source : Cardia ,1991.

3. Propriétés du cycle d'affaire allemand
Données annuelles 1971-1985

Variable	y	c	i	h*	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 1.81	1.08	3.83	1.17	nd	0.64
Autocor 1	0.42	0.69	0.36	0.57	nd	0.45
Corr (,y)	1	0.57	0.86	0.79	nd	−0.44
Corr (i,s)	0.70					
Corr (y,p^e)	nd					

* : 1960-1988.

Source : Cardia, 1991.

L'écart-type du produit est en général supérieur à celui de la consommation (excepté en Allemagne) et inférieur à celui de l'investissement. L'écart-type de l'énergie est également plus important que celui du produit pour les deux pays pour lesquels nous disposons des données, la France et les Etats-Unis. Le caractère procyclique de la consommation, de l'investissement et des heures travaillées est incontesté de même que le caractère contracyclique du solde commercial. La contracyclicité du solde commercial est ainsi un fait stylisé robuste ; nous retrouvons ici un résultat bien connu de la macro-économie ouverte : l'expansion économique accroît l'absorption et dégrade

4. Propriétés du cycle d'affaire canadien
Données annuelles 1946-1985

Variable	y	c	i	h	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 2.95	0.83	3.32	0.68	nd	0.63
Autocor 1	0.64	0.70	0.31	0.54	nd	0.66
Corr (,y)	1	0.58	0.64	0.80	nd	−0.13
Corr (i,s)	0.44					
Corr (y,p^e)	nd					

Source : Mendoza, 1991. Les données sont prises en logarithme et détendancialisées à l'aide d'un trend quadratique.

à court terme le solde commercial. Quel que soit le pays considéré, la consommation est plus persistante que les heures travaillées et le produit, et plus encore que l'investissement. Le comportement de lissage de la consommation des modèles de cycle de vie ou de revenu permanent est ainsi mis en évidence. Aux Etats-Unis et au Canada, le solde commercial a également un fort caractère persistant.

La corrélation entre l'épargne et l'investissement est relativement élevée excepté au Canada. Ce fait stylisé va à l'encontre de l'interprétation donnée par Feldstein et Horioka (1980) concernant la corrélation entre épargne et investissement. En effet, cette corrélation doit selon ces auteurs, et en accord avec la théorie traditionnelle, être faible voire nulle si la mobilité des capitaux tend à être parfaite, proche de un dans le cas d'absence de mobilité des capitaux. Nous constatons que les faits stylisés présentés ici laissent apparaître une forte corrélation entre l'épargne et l'investissement malgré l'internationalisation croissante des économies occidentales sur la période d'observation tant sur le plan commercial que financier. C'est du côté des chocs de productivité — déterminant simultanément l'épargne et l'investissement — que les théoriciens du cycle réel se sont tournés (Obstfeld, 1986 ; Tesar, 1991) afin de fournir une explication alternative à celle de Feldstein et Horioka (1980).

Le caractère contracyclique du prix de l'énergie [1] est également vérifié sur données françaises et américaines, bien que les situations des deux pays soient radicalement différentes, dans la mesure où la France n'est pas (ou peu) producteur d'énergies fossiles. Cependant, même si les Etats-Unis sont producteurs d'énergies fossiles, leur prix reste largement aligné sur celui du Cartel de l'OPEP.

(1) Produite ou extraite sur le sol national dans le cas des Etats-Unis.

Les enjeux de la modélisation d'une petite économie ouverte par la théorie du cycle réel

De façon générale, les modèles de cycle réel fournissent un cadre théorique de référence à partir duquel le cycle économique est appréhendé. L'avantage majeur de ces modèles est que la vision qu'ils donnent de l'économie est soumise à une validation quantitative. En effet, le modèle, résolu de manière approchée autour de l'équilibre stationnaire, est simulé ; la validation porte sur la comparaison des moments d'ordre deux des variables observées et simulées. On peut ainsi se rendre compte de la capacité du modèle à reproduire le cycle économique et mettre en lumière les mécanismes économiques à la source de ces fluctuations.

Au delà des faits stylisés concernant la dimension nationale des fluctuations, les modèles de cycle réel en économie ouverte ont pour objectif de reproduire certains faits stylisés révélateurs de l'ouverture de l'économie : la forte corrélation entre épargne et investissement et le caractère contracyclique du solde commercial. Par ailleurs, ils constituent dans le cas français un cadre théorique pertinent pour étudier la nature de chocs autres que le choc de productivité comme, par exemple, des chocs de prix de l'énergie importée. En effet, les chocs pétroliers de 1973 et de 1979 ont profondément affecté la conjoncture des pays occidentaux importateurs d'énergie. Il est par conséquent intéressant de confronter le cadre théorique proposé par la modélisation *RBC* en économie ouverte à ces perturbations exogènes. Cependant, avant de se livrer à la présentation et à la validation quantitative du modèle proposé, il nous faut lever quelques difficultés inhérentes à la modélisation en économie ouverte.

Nous excluons d'emblée une modélisation en équilibre général de l'économie mondiale qui nécessiterait la construction d'un modèle par pays, ou par zone de pays, et nous obligerait comme il est souvent supposé dans la littérature (Baxter, 1991 ; Bec, 1992), à agréger le reste du monde en un seul pays. Nous retenons une modélisation de type *petite économie ouverte* afin de prendre en compte la présence de chocs exogènes de taux d'intérêt mondial et de prix de l'énergie importée.

Les modèles de cycle réel décrivant une petite économie ouverte sont dès lors des modèles d'équilibre partiel dans la mesure où certains prix ne sont pas déterminés par l'égalisation d'une offre et d'une demande fondées microéconomiquement. Dans le cas particulier de notre modèle, le prix de l'actif financier étranger (le taux d'intérêt mondial) et le prix de l'énergie importée sont exogènes. Comme le taux d'intérêt national est déterminé par la préférence pour le présent des ménages en économie fermée, rien n'assure *a priori* son égalité avec le taux d'intérêt international exogène. De fait, si l'égalité entre le taux de préférence pour le présent des ménages nationaux, variable exogène du modèle, et le taux d'intérêt réel international n'est pas vérifiée, le modèle n'admet pas d'équilibre stationnaire bien défini. En effet, le stock de capital national sera nul si le taux de préférence pour le présent est inférieur au taux d'intérêt mondial exogène, et infini dans le cas contraire. Une première contrainte du modèle est donc le choix d'un étalonnage assurant à l'état stationnaire l'égalité des deux taux.

Baxter (1991) évoque de façon plus générale et sur un plan plus technique le problème auquel sont confrontés les modèles d'équilibre partiel décrivant une petite économie ouverte : en l'absence d'hypothèses spécifiques sur les préférences, le modèle présente une analogie formelle avec le modèle de revenu permanent de Hall (1978) ; il a un caractère non-stationnaire même lorsque les perturbations exogènes suivent des processus stationnaires. Plus techniquement, un tel modèle présentera une valeur propre unitaire dans sa dynamique linéarisée autour de l'état stationnaire. Dès lors, le modèle peut s'écarter infiniment de son état stationnaire et l'approximation au premier ordre nécessaire à sa résolution n'est plus valide.

Une des manières de résoudre ce problème, et d'assurer que la dynamique issue du modèle soit bien définie, consiste à endogénéiser le taux de préférence pour le présent. Mendoza (1991) considère que le taux de préférence pour le présent dépend du niveau des consommations passées et croît avec ce niveau. Le modèle possède alors une *force de rappel* qui assure la stationnarité de sa version linéarisée. En s'inspirant de la spécification du modèle à générations de Yaari (1965) et Blanchard (1985), dans lequel les individus ont une probabilité de mourir non nulle à chaque période (voir également Frenkel et Razin, 1987 ; Cardia, 1989), Cardia (1991) obtient une solution du modèle où le taux de préférence pour le présent dépend de la richesse financière des agents. Ici également, ce mécanisme constitue une *force de rappel* vers l'équilibre stationnaire lorsqu'il existe un différentiel de rendement entre les actifs nationaux et internationaux pouvant conduire à un déséquilibre cumulatif au profit de l'un des deux types d'actifs.

Nous adoptons dans cette étude l'hypothèse selon laquelle les ménages préfèrent les titres nationaux aux titres internationaux. Une telle préférence nationale se justifie par une imparfaite substituabilité des titres nationaux et internationaux. Cette imparfaite substituabilité des actifs étrangers et nationaux peut s'expliquer en particulier par des différences dans le développement et la profondeur des marchés financiers, dans le statut international des monnaies, dans la crédibilité que les intervenants des marchés financiers accordent aux politiques monétaires. Pour modéliser la préférence des ménages résidents pour les titres nationaux, nous supposons que la détention d'actifs internationaux entraîne une désutilité au ménage qu'il soit créditeur ou débiteur. Cette hypothèse permet par ailleurs l'obtention d'une dynamique bien définie autour de l'équilibre stationnaire. Elle constitue la *force de rappel* permettant aux variables de converger vers l'équilibre stationnaire suite à un écart existant entre les rendements des deux types d'actifs. Par conséquent, le choix entre actifs étrangers et nationaux n'est donc pas strictement déterminé selon les critères de la théorie des choix de portefeuille (Tobin, 1958 ; Markowitz, 1952 et 1958 ; Branson, Haltunnen et Masson en 1977 au plan international) c'est-à-dire en termes de rendement et de risque puisque le terme de désutilité de la détention de l'actif étranger intervient également dans le choix optimal de la composition du portefeuille. Une telle modélisation permet alors l'existence d'un différentiel de taux non nul à l'état stationnaire : les créances sur le reste du monde ne seront pas infinies si le taux d'intérêt international est supérieur au taux national ; les dettes sur le reste du monde ne seront pas infinies dans la configuration inverse.

Le modèle

1. L'entreprise j

Technologie

$$Y_{j,t} \leq A_t \left[\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right]^{\alpha\sigma/\sigma-1} H_{j,t}^{1-\alpha}$$
$$\text{avec } \alpha \in]0,1[\ , \gamma_1 \in]0,1[\ , \sigma > 0$$

Comportement optimal

$$\max_{K_{j,t},E_{j,t},H_{j,t}} \Pi_{j,t} = A_t \left[\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right]^{\alpha\sigma/\sigma-1} H_{j,t}^{1-\alpha}$$
$$- (z_t K_{j,t} + w_t H_{j,t} + p_t^e E_{j,t})$$

2. Le ménage i

Préférences

$$U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(C_{i,t}) + v(L_{i,t}) - \gamma_2 B_{i,t}^2]$$

$$\text{avec } \beta \in]0,1[\text{ et } \gamma_2 > 0$$

$$H_{i,t} + L_{i,t} \leq 1$$

$$K_{i,t+1} = (1-\delta) K_{i,t} + I_{i,t} - \Phi(I_{i,t})$$

$$\Phi(I_{i,t}) = \frac{\phi}{2} (K_{i,t+1} - K_{i,t})^2$$

Comportement optimal

$$V_i(K_{i,t},B_{i,t},J_{i,t}) = \max_{C_{i,t},L_{i,t},K_{i,t+1},B_{i,t+1}} \{u(C_{i,t},B_{i,t},L_{i,t}) +$$
$$\beta E_t [V_i(K_{i,t+1},B_{i,t+1},J_{i,t+1})]\}$$

s.c.

$$C_{i,t} + K_{i,t+1} - (1-\delta) K_{i,t} + \Phi(I_{i,t}) + B_{i,t+1} - B_{i,t} \leq z_t K_{i,t} + w_t H_{i,t} + r^*_t B_{i,t} \quad (\lambda_{i,t})$$

3. L'équilibre concurrentiel de l'économie

Conditions d'optimalité de premier ordre, h = n = 1

$$z_t = \alpha\gamma_1 \frac{Y_t}{K_t^{1/\sigma}\left(\gamma_1 K_t^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_t^{\sigma-1/\sigma}\right)}$$

$$w_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{H_t}$$

$$p_t^e = \alpha\,(1-\gamma_1) \frac{Y_t}{E_t^{1/\sigma}\left(\gamma_1 K_t^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_t^{\sigma-1/\sigma}\right)}$$

$$u'_{C_t} = \lambda_t$$

$$u'_{H_t} = -\lambda_t w_t$$

$$\beta E_t\left[\left(1 + z_{t+1} - \delta + \varphi\,(K_{t+2} - K_{t+1})\right)\lambda_{t+1}\right]$$
$$-\lambda_t\,\left(1 + \varphi\,(K_{t+1} - K_t)\right) = 0$$

$$\beta\, E_t\,[u'B_{t+1} + \lambda_{t+1}\,(1 + r^*_{t+1})] = \lambda_t$$

Conditions d'équilibre interne et externe

$$Y_t + r^*_t\, B_t = C_t + K_{t+1} - (1-\delta)\,K_t + B_{t+1} - B_t + \Phi\,(I_t)$$

$$TB_t = B_{t+1} - (1 + r^*_t)\,B_t$$

Conditions de transversalité

$$\lim_{\tau \to \infty} E_t \left(\lambda_{t+\tau} \beta^{t+\tau} K_{t+1+\tau} \right) = 0$$

$$\lim_{\tau \to \infty} E_t \left(\lambda_{t+\tau} \beta^{t+\tau} B_{t+1+\tau} \right) = 0$$

4. Stationnarisation et linéarisation du modèle

Le modèle linéarisé autour de l'équilibre stationnaire

$$M1 \begin{bmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{H}_t \\ \hat{z}_t \\ \hat{w}_t \\ \hat{Y}_t \\ \hat{E}_t \\ \hat{TB}_t \\ \hat{I}_t \end{bmatrix} = M2 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{K}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{B}_t \end{bmatrix} + M3 \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{p}^e_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix}$$

$$M4(L) \begin{bmatrix} \hat{K}_{t+1} \\ \hat{K}_{t+2} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{B}_{t+1} \end{bmatrix} = M5(L) \begin{bmatrix} \hat{C}_{t+1} \\ \hat{H}_{t+1} \\ \hat{z}_{t+1} \\ \hat{w}_{t+1} \\ \hat{Y}_{t+1} \\ \hat{E}_{t+1} \\ \hat{TB}_{t+1} \\ \hat{I}_{t+1} \end{bmatrix} + M6(L) \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{p}^e_{t+1} \\ \hat{r}^*_{t+1} \end{bmatrix}$$

Forme état-mesure du modèle

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{t+1} \\ \hat{B}_{t+1} \\ \hat{A}_{t+1} \\ \hat{pe}_{t+1} \\ \hat{r}^*_{t+1} \end{bmatrix} = V1 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{B}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{pe}_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{A,t+1} \\ \varepsilon_{p,et+1} \\ \varepsilon_{r^*,t+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{H}_t \\ \hat{z}_t \\ \hat{w}_t \\ \hat{Y}_t \\ \hat{E}_t \\ \hat{TB}_t \\ \hat{I}_t \end{bmatrix} = V2 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{B}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{pe}_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix}$$

La présentation du modèle est développée dans l'annexe 1. L'encadré récapitule les équations essentielles du modèle, à savoir les comportements optimaux des ménages et des entreprises, l'équilibre concurrentiel de l'économie ainsi que le modèle sous forme état-mesure.

Deux exercices de validation des modèles

Nous donnons en premier lieu un étalonnage des paramètres du modèle théorique — étape nécessaire à la validation ultérieure du modèle — avant de comparer, d'une part, les moments du second ordre empiriques à ceux issus du modèle de cycle réel et, d'autre part, les fonctions de réponse aux chocs estimées à celles évaluées à partir du modèle théorique.

Etalonnage des paramètres

Les paramètres du modèle sont étalonnés en partie selon des études sur données françaises antérieures et en partie selon les propres calculs et estimations des auteurs. Un premier groupe de paramètres est fixé selon Hairault et Portier (1991b) [(2)].

H	β	δ	α	ξ
0.2	0.9929	0.0125	0.45	0

Les revenus du travail représentent 55 % du produit intérieur français sur la période 1973-1989. La valeur de H correspond à l'allocation au travail d'un cinquième du temps total disponible. Le taux de dépréciation du capital est de 1,25 % par trimestre, soit 5 % environ par an. La valeur choisie du paramètre de préférence pour le présent β permet d'obtenir un taux d'intérêt réel de 0,7 %, par trimestre, correspondant ainsi au taux moyen français sur la période.

Nous calculons, à partir des données observées, le solde moyen de la balance commerciale en pourcentage du produit intérieur brut sur la période 1973-1989 :

$$TB / Y = 0{,}046\ \%$$

(2) Nous référant à Hansen (1985) et à Rogerson (1988), nous supposons que le travail est indivisible et qu'il existe des loteries sur le marché du travail dont les résultats déterminent la situation de chaque agent : chômeur ou employé pour le travailleur représentatif. Ceci revient à fixer à zéro l'élasticité de la désutilité marginale du travail (ξ).

Le solde de la balance commerciale est sur la période d'observation très légèrement excédentaire. Ainsi, à l'équilibre stationnaire et compte tenu de la contrainte d'équilibre de la balance des paiements (TB / Y = -r*B/Y), le ménage représentatif emprunte à l'étranger. Ce comportement est cohérent avec le fait que l'écart relatif de taux d'intérêt moyen sur la période d'observation est favorable à r* : en effet, l'écart de taux τ est égal à – 4 % et laisse ainsi apparaître une supériorité de r relativement à r*($r^* = (1 + \tau)\, r$) .

Les valeurs à l'équilibre stationnaire des variables issues du modèle théorique sont cohérentes avec la valeur estimée ou calculée des paramètres suivants :

E/K	σ	φ	CA	τ	Z/p^e
82.10^{-7}	.6	75	.24 %	- 4 %	28.10^{-6}

Le paramètre d'échelle, φ, de la fonction d'ajustement du capital est fixé pour reproduire la variabilité de l'investissement relativement au produit. CA représente alors le coût réel, exprimé en pourcentage du produit d'équilibre stationnaire, résultant de l'augmentation de 1 % du stock de capital. Le paramètre γ_1 de la fonction de production est calculé à partir des conditions de premier ordre du programme de l'entreprise, relatives au capital et à l'énergie importée :

$$\gamma_1 = (z/p^e) / \left[(z/p^e) + (E/K)^{1/\sigma}\right]$$

où E/K et z/p^e sont pris à leur valeur moyenne sur la période.

L'élasticité de substitution entre le stock de capital et l'énergie importée, σ, est fixée de telle façon que ces facteurs de production ne soient pas parfaitement substituables (Carrère et Devezeaux, 1988 ; Kim et Loungani, 1992). Notons que notre étalonnage majore la part de l'énergie importée dans le produit intérieur brut (10 % dans le modèle contre 4,7 % sur la période).

Les processus stochastiques autorégressifs d'ordre un sont estimés pour les trois chocs sur la période d'observation :

ρ_A	$\sigma_\varepsilon{}^A$	$\rho_{A'}$	$\sigma_\varepsilon A'$	ρ_{r^*}	$\sigma_\varepsilon{}^{r^*}$	ρ_{p^e}	$\sigma_\varepsilon{}^{p^e}$
0.57	0.01	0.83	0.006	0.93	0.002	0.98	0.096

Le calcul de résidu de Solow, A, est mené de manière cohérente avec la fonction de production choisie dans le modèle, et dépend donc du choix de l'élasticité de substitution σ. Cette mise en garde faite, il est intéressant de comparer le résidu de Solow, A, composante stationnaire (3) de la productivité totale des facteurs définie à partir de la fonction de production, avec le résidu de Solow, A', composante stationnaire de la productivité totale des facteurs définie à partir d'une fonction de production de type Cobb-Douglas intégrant seulement le travail et ie capital comme facteurs de production, mesure généralement adoptée dans la littérature *RBC*. Il s'avère que la corrélation entre ces deux mesures du résidu de Solow est faible, de l'ordre de 0,5. Les processus stochastiques respectifs de A et de A' diffèrent donc nettement dans leur contenu informationnel. A' est plus persistant (0,83 contre 0,57) et plus variable (4) (0,03 contre 0,025) que A.

Il est donc clair qu'une partie de l'évolution de A' n'est pas imputable à des chocs de nature technologique, mais à des chocs de prix de l'énergie importée, et que A permet de *purger* la mesure du choc technologique de ces chocs. Ainsi, la corrélation entre A' et p^e est clairement négative, de l'ordre de – 0,44, alors que la corrélation entre A et p^e est beaucoup plus faible en valeur absolue, de l'ordre de – 0,037. La prise en compte de l'énergie importée dans le processus productif rend dès lors le résidu de Solow quasiment indépendant du prix de l'énergie.

Validation traditionnelle du modèle par la comparaison des moments d'ordre deux observés et simulés

La comparaison des moments statistiques, issus d'une part des données et d'autre part du modèle théorique, nécessite la simulation du modèle. La méthode de simulation est présentée brièvement en annexe 3.

Nous constatons en premier lieu que le modèle sur-estime la variabilité du produit. Ce résultat est le fruit de deux effets de sens opposé : d'une part, le calcul d'un choc technologique purgé des effets des chocs pétroliers permet une réduction de la variance du processus suivi par le choc technologique, donc de la variance du modèle ; d'autre part, l'introduction d'un choc de prix de l'énergie très variable conjugué à une faible substitution capital-énergie accroît fortement la variance du modèle. C'est ici le second effet qui domine.

Le classement des variances relatives de la consommation, de l'investissement, de l'énergie importée et des heures travaillées est relativement bien reproduit, bien que la variance relative de la consommation soit trois fois

(3) Le résidu de Solow est le résidu de la régression de la productivité totale des facteurs en logarithme sur une tendance et une constante. Voir l'annexe 2 pour plus de détails.

(4) La variance du processus est donnée par $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2}$

5. Propriétés cycliques du modèle
Données trimestrielles 1973-1989

Variable	y	c	i	h	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 2.87	0.21	4.64	0.87	3.69	0.75
Autocor 1	0.48	0.65	0.61	0.44	0.66	0.48
Corr (,y)	1	0.67	0.64	0.98	0.67	0.36
Corr (i,s)	0.71					
Corr (y,p^e)	−0.3					

Source : Calculs des auteurs.

6. Propriétés du cycle d'affaire français
Données trimestrielles 1973-1989

Variable	y	c	i	h	e	tb/y
ET/ET (y)	ET (y) = 0.99	0.85	3.31	0.86	6.32	0.66
Autocor 1	0.77	0.67	0.77	0.87	0.38	0.66
Corr (,y)	1	0.56	0.71	0.70	0.45	−0.36
Corr (i,s)	0.60					
Corr (y,p^e)	−0.03					

Source : INSEE. Calculs des auteurs.

supérieure à celle issue des données. De manière générale, le caractère persistant des variables du modèle est moins marqué que celui des données.

Concernant les corrélations croisées, nous constatons que la corrélation élevée entre l'épargne et l'investissement est correctement reproduite par le modèle. En revanche, le prix de l'énergie importée est plus contracyclique qu'il ne l'est dans la réalité : l'impact d'une hausse du prix de l'énergie importée sur l'activité est donc plus récessif dans le modèle. La surestimation de la part du produit intérieur brut consacrée à l'énergie importée dans le modèle est en partie responsable de la surestimation de la contracyclicité du prix de l'énergie importée.

Le modèle ne parvient pas à reproduire la contracyclicité de la balance commerciale, alors que ce fait stylisé semble robuste sur les données. Cette régularité est facilement prise en compte par les modèles traditionnels de macroéconomie ouverte, modèles intégrant un mécanisme de propension à importer qui provoque *de facto* une dégradation de la balance commerciale en cas de reprise de l'activité.

Cet effet automatique n'est pas présent dans les modèles intertemporels prenant en compte l'équilibre de la balance des paiements. Prenons pour illustrer notre propos le cas d'un choc technologique favorable à l'économie nationale. Ce choc augmente la productivité du travail et du capital, augmente donc les heures travaillées, le niveau de l'activité et l'investissement. Deux effets jouent alors en sens inverse : un *effet d'endettement international*, (les résidents s'endettent auprès du reste du monde pour financer l'investissement national puisque celui-ci est relativement plus productif), et un *effet d'épargne nationale* (les résidents s'endettent moins à l'étranger puisque le revenu national est plus important). Lorsque l'effet d'endettement domine, le solde de la balance des capitaux augmente et celui de la balance commerciale diminue : la balance commerciale est bien contracyclique (Mendoza, 1991).

Deux mécanismes liés à la spécification du modèle sont à la base du résultat de procyclicité de la balance commerciale que nous obtenons. Premièrement, l'hypothèse d'imparfaite substituabilité entre titres nationaux et étrangers réduit l'effet d'endettement international et accroît l'effet d'épargne nationale. Puisque le niveau absolu du stock de titres internationaux entraîne une désutilité aux ménages résidents, c'est l'effet d'épargne nationale (qui diminue le stock de dettes sur l'étranger) qui dominera si le pays est débiteur net, alors que l'effet d'endettement international sera réduit si le pays est créditeur net. Cette dominance de l'effet d'épargne nationale est une des causes du résultat de procyclicité de la balance commerciale.

Deuxièmement, la forte complémentarité capital-énergie importée donne assez peu de degré de liberté à l'économie nationale à la suite d'un choc positif de prix de l'énergie : l'activité se contracte et la faible possibilité de substitution implique une dégradation du solde commercial, donc un mouvement procyclique de la balance commerciale.

Il apparaît ainsi que le résultat de contracyclicité de la balance commerciale n'est pas un résultat robuste de la modélisation *RBC* en économie ouverte, et que l'introduction d'une dimension réelle des échanges internationaux (*via* l'énergie importée) affaiblit encore la robustesse du résultat.

La taille respective des effets d'endettement international et d'épargne nationale sont également à l'origine du bon résultat obtenu en terme de forte corrélation épargne-investissement. L'égalité I=S traditionnelle en économie fermée s'écrit en économie ouverte :

S = I + variations de créances sur l'étranger - variations de dettes sur l'étranger

Lorsque l'effet d'épargne nationale domine, un choc technologique augmentera l'investissement, réduira relativement plus les dettes sur l'étranger qu'il n'augmentera les créances, et renforcera ainsi la corrélation entre I et S. Ce mécanisme est ainsi responsable du niveau élevé de la corrélation I-S.

Fonctions de réponse aux chocs estimées et simulées

Les fonctions de réponse aux chocs estimées résultent d'une représentation Vectorielle Auto-Régressive *(VAR)*, représentation proposée par Sims (1980). Cette méthode d'estimation permet la détermination des caractéristiques dynamiques fondamentales d'une économie sans imposer de restrictions de nature théorique. Un modèle *VAR* peut être interprété comme la forme réduite d'un modèle structurel inconnu, mais son estimation ne nécessite pas la connaissance du modèle structurel correspondant. Notre but n'est pas d'estimer le modèle théorique sous la forme état-mesure, mais d'extraire l'information fournie par les données au moyen des fonctions de réponse aux chocs estimées.

Notre modèle vectoriel autorégressif comprend cinq variables endogènes (5) — le produit, la consommation, l'investissement, les heures travaillées, l'énergie importée — et trois variables exogènes ou chocs — le résidu de Solow comme mesure du choc technologique, le taux d'intérêt mondial et le prix réel de l'énergie importée.

Toutes les variables endogènes du modèle vectoriel autorégressif sont détendancialisées selon le filtre de Hodrick-Prescott (*HP* en bref), afin d'obtenir des résultats comparables avec ceux issus du modèle. Cependant, il est clair que l'estimation du modèle *VAR* à partir des variables *HP* correspond à une sur-différenciation des données, et conduit à une perte d'information concernant les relations existant entre les niveaux de ces variables (relations de cointégration, par exemple).

La *bonne* approche du problème consisterait à intégrer explicitement une dimension non-stationnaire dans le modèle *RBC*, en modélisant un terme de progrès technique endogène. Une telle spécification permettrait alors de proposer une stationnarisation des données selon le schéma théorique de modélisation de la tendance stochastique dans le modèle théorique. Cependant, elle n'est pas envisagée dans l'état actuel des recherches sur la modélisation de type *RBC*, et cette articulation cycle-tendance reste à construire (6). En conséquence, nous adoptons la démarche traditionnelle de filtrage par Hodrick-Prescott des données issues de la simulation du modèle et de celles utilisées dans le système *VAR*, conscients de la perte d'information liée à la procédure d'estimation du modèle *VAR*.

(5) Voir l'annexe 2 pour le choix et la construction de ces variables.

(6) Le modèle proposé par Collard (1993) s'inscrit dans cette voie de recherche.

Une fois les variables transformées, nous choisissons, à partir de tests de rapports de vraisemblance, le nombre de retards optimal — un seul retard — pour l'ensemble des variables endogènes, imposant *a priori* aucun retard sur les variables exogènes. Nous choquons alors successivement les trois exogènes (7) et l'impact de ces chocs sur les variables endogènes est donné par les coefficients estimés dans le modèle vectoriel autorégressif. Nous pouvons donc évaluer les fonctions de réponse à ces chocs des variables endogènes sur plusieurs périodes.

Enfin, nous utilisons une technique de *bootstrap* (8) afin de construire des intervalles de confiance à 95 % des réponses aux chocs estimées. Nous effectuons les mêmes opérations en utilisant les séries filtrées issues de la simulation de la forme état-mesure du modèle théorique. A la lumière des mécanismes économiques fondamentaux généralement évoqués, nous comparons les deux types de fonctions de réponse aux chocs. D'un point de vue général, il convient de noter dès à présent que nous n'obtenons pas une bonne adéquation des réponses aux chocs du modèle à celles estimées à l'aide du *VAR*.

Réponse à un choc technologique

Nous présentons brièvement les mécanismes en jeu dans le modèle théorique (9) avant de juger de l'adéquation des réponses à celles du *VAR*. Lorsqu'un choc technologique se produit, l'activité domestique s'accroît instantanément *via* une augmentation de l'offre de travail. Ce surcroît de produit est pour partie consommé, pour partie investi. Ainsi, les heures travaillées, la consommation et l'investissement réagissent procycliquement à un choc technologique. L'énergie étant un facteur de producion nécessaire (faible élasticité de substitution capital-énergie), son importation augmente également avec le produit.

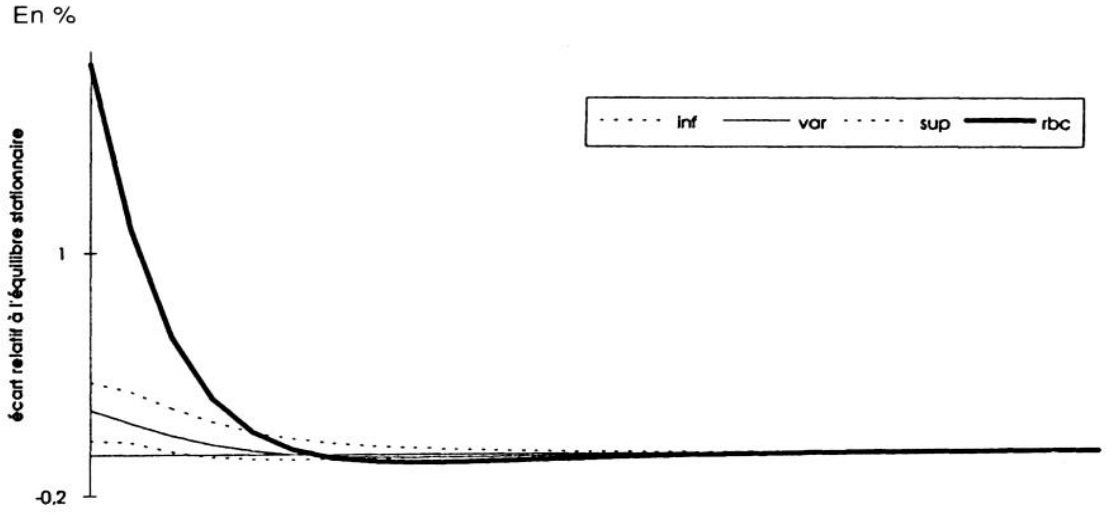
Les réponses à un choc technologique sont du même signe en *VAR* et en *RBC* pour le produit et l'investissement (voir graphiques). Elles sont non significatives dans le modèle *VAR* pour les heures travaillées, et la consommation, de signe oppposé pour l'énergie importée (positif en *RBC* et négatif en *VAR*), Le modèle théorique sur-estime en général la magnitude des effets d'un choc technologique.

(7) Notons que le calcul de réponse à des chocs sur des exogènes permet d'éviter le problème du choix d'un schéma d'orthogonalisation des résidus.

(8) La méthode du *bootstrap* consiste à permuter un nombre fini de fois les résidus issus de l'estimation du modèle vectoriel autorégressif et d'estimer à nouveau le système autant de fois que les résidus ont été permutés:l'estimation s'effectue alors à partir des variables brutes auxquelles on retire les résidus estimés issus de la première estimation.

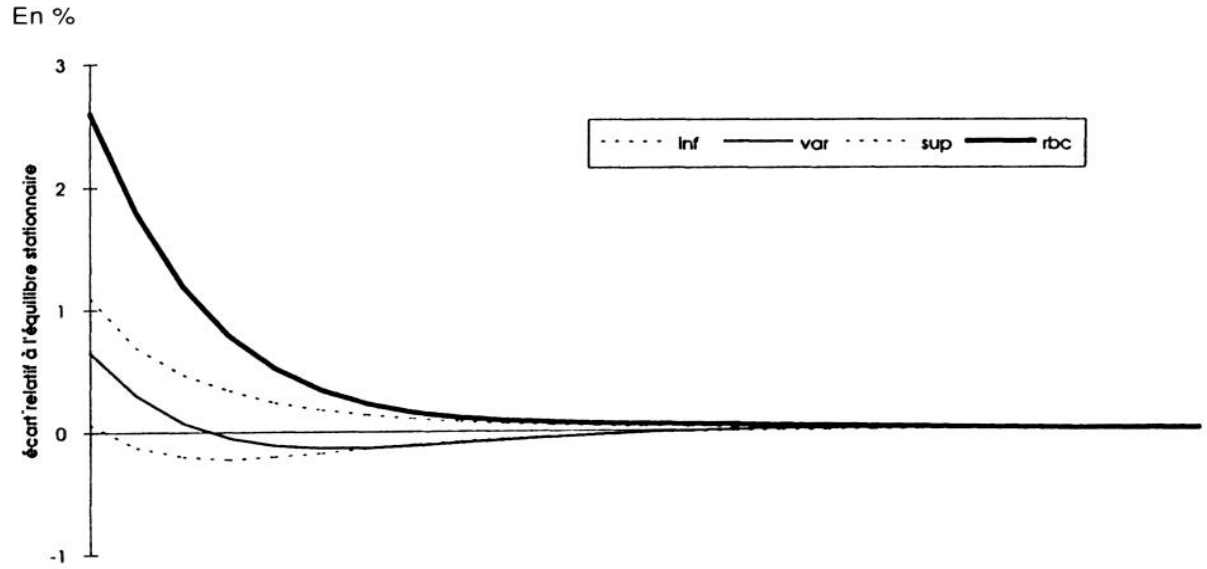
(9) On pourra se référer à Hairault (1992) pour un examen détaillé de ces effets.

1. Réponse du produit à un choc technologique



Source : Calculs des auteurs.

2. Réponse de l'investissement à un choc technologique

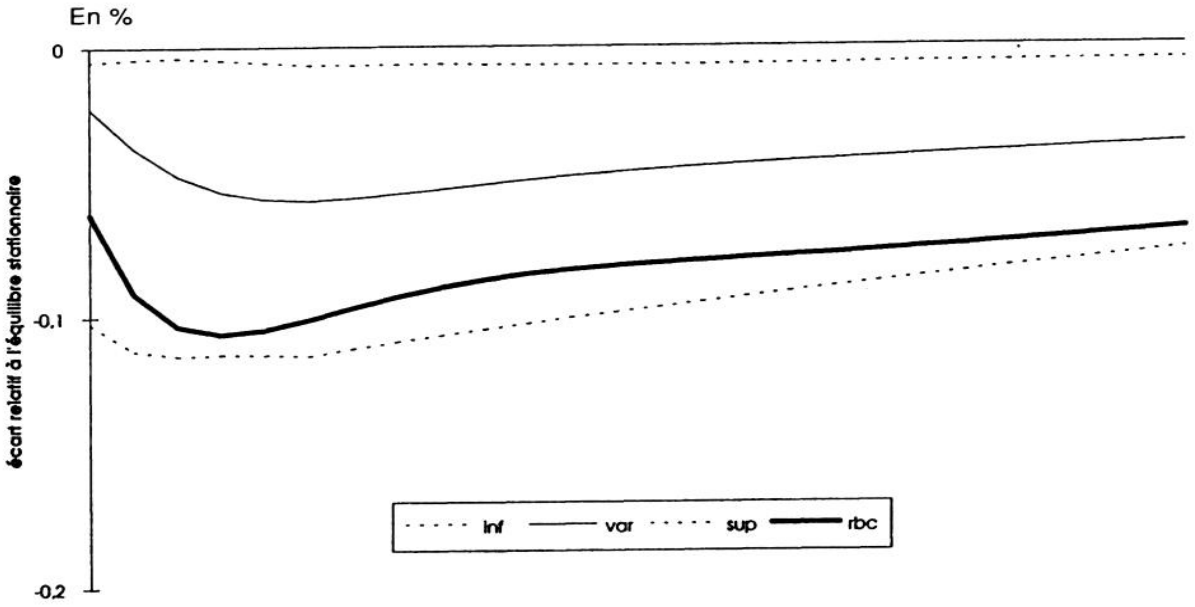


Source : Calculs des auteurs.

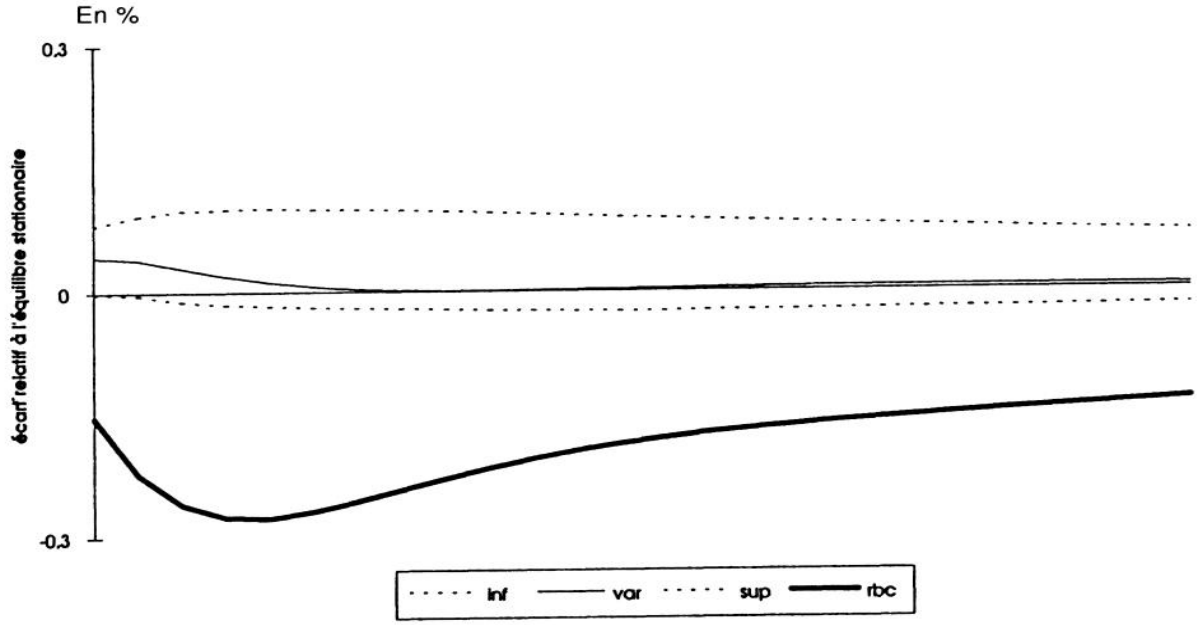
Réponse à un choc sur le prix de l'énergie importée et le taux d'intérêt réel mondial.

A la suite d'un choc de prix de l'énergie importée, c'est la faible substituabilité capital-énergie qui est à la source des effets principaux du choc dans le modèle *RBC* : les importations d'énergie se réduisent, le produit, la consommation, les heures travaillées et l'investissement se réduisent. Cet effet dépressif sur l'ensemble de l'activité réelle, s'il est conforme à l'intuition économique et à l'expérience récente, n'est cependant pas mis en évidence par le *VAR*, où seule la consommation est significativement réduite (voir graphique), alors que les autres variables ne réagissent pas significativement (comme l'illustre le graphique présentant la réponse du produit).

3. Réponse de la consommation à un choc du prix de l'énergie importée



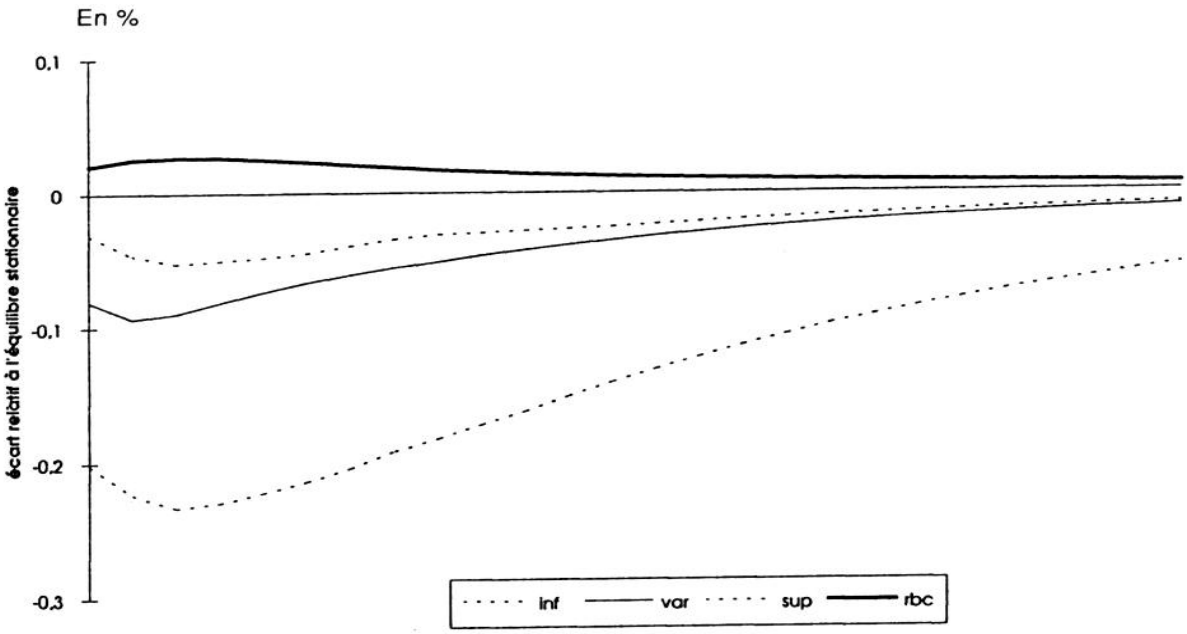
4. Réponse du produit à un choc du prix de l'énergie importée



Source : Calculs des auteurs.

Dans le cas d'un choc positif de taux d'intérêt mondial, un effet de substitution des titres étrangers au capital national semble dominer dans le modèle, cet effet augmentant instantanément les heures travaillées (et le produit) afin de dégager un surplus de revenu nécessaire à l'achat de titres étrangers. Ces effets sont cependant très faibles dans le modèle *RBC*, et les chocs de taux d'intérêt mondial n'ont que peu d'influence sur les propriétés cycliques du modèle. Le système *VAR* donne une réponse significative et négative du produit (voir graphique), de la consommation et des heures travaillées, non significative de l'investissement et de l'énergie importée, réponses peu conformes à celles du modèle théorique.

5. Réponse du produit à un choc de taux d'intérêt réel international



Source:Calculs des auteurs.

Conclusion

Le projet de l'étude a consisté en la caractérisation du cycle économique français sur la période 1973-1989 à partir du cadre théorique que constitue la théorie du cycle réel. Les résultats illustrent ainsi les avantages et les faiblesses de la modélisation *RBC*, plus particulièrement, en économie ouverte. Les apports principaux de notre travail concernent la modélisation explicite de l'économie française dans un cadre de type *RBC* qui intègre néanmoins la double dimension réelle et financière de son ouverture sur le reste du monde. La dimension réelle est ici intégrée *via* la prise en compte de l'énergie importée comme facteur de production imparfaitement substituable au capital, la dimension financière *via* la modélisation de l'arbitrage entre actifs financiers nationaux et actifs financiers étrangers dans le comportement des ménages résidents.

D'un point de vue plus spécifique, et pour mettre notre travail en perspective avec le reste de la littérature *RBC*, nous avons repris les travaux de Kim et Loungani (1992) afin de proposer une mesure du choc technologique purgée des effets des variations du prix de l'énergie importée. Concernant la modélisation de la dimension financière du modèle, nous nous sommes distingués de Mendoza (1991) et Cardia (1991) en retenant une hypothèse d'imparfaite substituabilité entre titres nationaux et titres étrangers. Enfin, nous avons souhaité valider le modèle théorique en comparant les réponses aux chocs qu'il impliquait avec celles d'un système *VAR* estimé sur des données comparables à celles fournies par le modèle, les parties cycliques des séries filtrées par Hodrick-Prescott.

Outre les remises en cause profondes de cette approche (voir à ce titre, Summers, 1986 et Mankiw, 1989), les principales limites de ce travail nous semblent de deux ordres.

D'une part, le problème technique de non-stationnarité du modèle linéarisé d'une petite économie ouverte a été résolu en supposant que les titres nationaux et étrangers n'étaient pas parfaitement substituables, et ce en intégrant négativement le niveau absolu du stock d'actifs étrangers à la fonction d'utilité. Une telle hypothèse, de par son caractère *ad hoc*, devra être abandonnée au profit d'une spécification plus explicite dans nos travaux futurs.

D'autre part, le caractère peu convaincant de la comparaison des réponses aux chocs *RBC versus VAR* pose un problème plus général du traitement de la tendance stochastique dans la littérature *RBC* et de l'articulation valide cycle-tendance qu'elle permettrait. Parce que nous nous sommes limités à la dimension cyclique des fluctuations, telle qu'elle est appréhendée par le filtre d'Hodrick-Prescott, le système *VAR* n'a pas permis de dégager toute l'information contenue dans les séries, notamment celle liée aux relations entre les tendances de celles-ci. A ce titre, un programme de travail permettant une véritable modélisation théorique du cycle et de la tendance nous semble une voie de recherche particulièrement fructueuse.

Références bibliographiques

BACKUS D., P. KEHOE et F. KYDLAND, 1989 : « International Borrowing and World Business Cycles ». Working Paper 426 R. Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department.

BAXTER M., 1991 : *Macroeconomic Models of Open Economies*, mimeo, août.

BEC F., 1992 : *The International Transmission of Real Business Cycle : Explaining the Cross-Country Consumption Correlations*. Document de travail, MAD, Université de Paris I.

BLANCHARD O.J. et C.M. KAHN, 1980 : « The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations », *Econometrica*, 48 : 1305-1311. Juillet.

BLANCHARD O.J., 1985 : « Debt, Deficits and Finite Horizons ». *Journal of Political Economy*. 93 : 223-247.

BRANSON W., H. HALTUNNEN et P. MASSON, 1977 : « Exchange Rates in the Short Run : the Dollar-Deutschemark Rate », *European Economic Review*. 10. 303-24.

BRUNO C. et L. REICHLIN, 1991 : « Mesure de la productivité et fluctuations économiques », *Observations et diagnostics économiques*, n° 35.

BURNSIDE C., M. EICHENBAUM et S. REBELO, 1990 : *Labor Hoarding and the Business Cycle*. Working Paper 3556. NBER, décembre.

CARDIA E., 1989 : *The Dynamics of Savings and Investment in Response to Monetary, Fiscal and Productivity Shocks*, Working Paper n° 2088, Université de Montréal, Département d'Economie.

CARDIA E., 1991 : « The Dynamics of a Small Open Economy in Response to Monetary Fiscal and Productivity Shocks. *Journal of Monetary Economics*, 28 : 411-34.

CARRERE M.A. et J.G. DEVEZAUX, 1988 : *Complémentarité capital-énergie : une analyse comparative sur données spatio-temporelles des sept grands pays de l'OCDE*, Miméo CEA/DPEP/DPG.

CHO J. 1990 : *Real Business Cycles and Market Structure*. Working Paper, Western Ontario University.

COLLARD F., 1993 : *La neutralité des chocs conjoncturels sur la dynamique de long terme de la productivité*. Document de travail MAD, Université de Paris I.

COOLEY T. et G. HANSEN, 1989 : « The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model ». *American Economic Review* , 79 (4) : 733 - 748, septembre.

EVANS C., 1992 : « Productivity Shocks and Real Business Cycles », *Journal of Monetary Economics*, 29: 191-208, avril.

FAIRISE X. et F. LANGOT, 1991 : Productivité et cycle : coûts d'ajustement de l'emploi et thésaurisation de main-d'œuvre, miméo, CME MAD Paris I et MAD Paris .

FAIRISE X., P.-Y HENIN et F. LANGOT, 1992 : Les modèles de cycle réel peuvent-ils expliquer les fluctuations de l'emploi et de la productivité ? *Economie et Prévision*, n° 106.

FAIRISE X., J.O. HAIRAULT, F. LANGOT et F. PORTIER 1992 : *Ecriture et résolution du modèle canonique des cycles réels*, Document de travail 92-30, Ecomath MAD, Université de Paris I.

FELDSTEIN M. et C. HORIOKA., 1980 : « Domestic Saving and International Capital Flows », *The Economic Journal*, 90 : 31429.

FINN M., 1990 : « On Savings and Investment Dynamics in a Small Open Economy », *The Journal of International Economics*, 29 : 1-22.

FRENKEL J.A. et A. RAZIN, 1987 : *Fiscal Policies and the World Economy. An1988 Intertemporal Approach*, MIT Press, Cambridge.

HAIRAULT J-O. et F. PORTIER, 1991[a] : *Contraintes d'encaisses monétaires préalables et fluctuations macroéconomiques*, Document de travail 92-30 Ecomath-MAD, Université de Paris I.

HAIRAULT J.O. et F. PORTIER, 1991[b] : *Monnaie et Inflation dans un modèle de cycles réels*. Document 92-31 Ecomath-MAD, Université de Paris I, à paraître dans *Recherches Economiques de Louvain*.

HAIRAULT J.O. et F. PORTIER, 1991[c] : *Money, New Keynesian Macroeconomics and the Business Cycle*. Document de travail 92-32 Ecomath-MAD, Université de Paris I, à paraître dans *European Economic Review*.

HAIRAULT J.O., 1992 : *L'influence de la monnaie dans les fluctuations économiques*, Thèse pour le Doctorat d'Etat en Science Economique, Université de Paris I.

HALL R., 1978 : The Macroeconomic Impact of Changes in Income Taxes in the Short and Medium Runs. *Journal of Political Economy*, vol. 86, n° 2.

HALL R., 1989 : *Invariance Properties of Solow's Productivity Residual*, Working Paper 3034, NBER, Juillet.

HANSEN L., 1985 : « Indivisible Labor and the Business Cycles », *Journal of Monetary Economics*, 309-327.

HENIN P.Y., 1991 : *Développements de la théorie des cycles réels*. Document de travail 9113, Cepremap.

HODRICK R. et E. PRESCOTT, 1980 : *Post-war U.S. Business Cycles: an Empirical Investigation*. Mimeo, Carnegie-Mellon University, novembre.

KIM I.M. et P. LOUNGANI, 1992 : « The Role of Energy in Real Business Cycle Models. *Journal of Monetary Economics*, 29 : 173-189, Avril.

KING R., PLOSSER C. et S. REBELO, 1988 : Production, Growth and Business Cycles I. *Journal of Monetary Economics*, 21 (2/3): 196-232, mars-mai.

KING R., PLOSSER C. et S. REBELO, 1988 : Production, Growth and Business Cycles II. *Journal of Monetary Economics*, 21 (2/3): 196-232, mars-mai.

KING R. et S. REBELO, 1989 : *Low Frequency Filtering and the Real Business Cycles*. Working Paper 205. University of Rochester.

KING R., C. PLOSSER et J. REBELO, 1990 : *Production, Growth and Business Cycles : Technical Appendix*. Working paper. University of Rochester, 1987. Version révisée, Mai.

KING R., 1990 : *Money and Business Cycles*. Working paper. University of Rochester.

KYDLAND F. et E. PRESCOTT, 1982 : « Time to Build and Aggregate Fluctuations. Econometrica, 50 : 1345-1370.

LANGOT F., 1991 : Composantes sectorielles et nationales dans l'évolution du résidu de Solow. *Annales d'Economie et Statistiques*, 24 : 133-154, octobre-décembre.

LONG J. et C. PLOSSER, 1983 : « Real Business Cycle », *Journal of Political Economy*, 39-69.

LUCAS R., 1987 : *Models of Business Cycles*. Basil Blackwell, Oxford.

MANKIW G., 1989 : « Real Business Cycles. A New Keynesian Perspective », *Journal of Economic Perspectives* , 3 (3): 79-90. Eté.

MARKOWITZ H., 1952 : « Portfolio Selection », *Journal of Finance*, VII , 77-91.

MARKOWITZ H., 1952 : *Portfolio Selection : Efficience Diversification of Investments*. Wiley, New-York.

MENDOZA E., 1991 : « Real Business Cycles in a Small Open Economy », *The American Economic Review*, 81 (4) : 797-818. Septembre.

OBSTFELD M., 1986 : « Capital Mobility in the World Economy: Theories and Measurement ». *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. 42 : 55-103.

PORTIER F., 1993 : « Les rigidités de prix dans les fluctuations macroéconomiques ». Thèse pour le Doctorat d'Etat en Science Economique, Université de Paris I.

REBELO S., 1988 : *Tractable Heterogeneity and Near Steady State Dynamics*. Working Paper, North-western University, Portuguese Catholic University and Rochester Center for Economic Research.

ROGERSON R., 1988 : « Indivisible Labor, Lotteries and Equilibrium ». *Journal of Monetary Economics*, 21 : 3-16.

SIMS C., 1980 : « Macroeconomics and Reality ». *Econometrica*. 1-48.

SUMMERS L., 1986 : Some Skeptical Observations on Real Business Cycles Theory. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review, 10:23-27, automne.

TESAR L., 1991 : « Savings, Investment and International Capital Flows ». *Journal of International Economics,* 31 : 55-75.

TOBIN J., 1958 : Liquidity Preference as Behavior towards Risk, Review of Economic Studies, XXV, 65-86.

WOODFORD M. et J. ROTEMBERG, 1989 : *Oligopolistic Competition and the Effect of Aggregate Demand on Economic Activity*. Working paper 3206, National Bureau of Economic Research.

YAARI M.E., 1965 : « Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer ». The Review of Economic Studies, 32 : 137-150.

ANNEXE 1 : Présentation du modèle

L'économie est composée de h ménages identiques - indicés par i - et de n entreprises - indicées par j.

Technologie et préférences

L'entreprise j produit Y_j unités du bien domestique. Toutes les entreprises ont accès à la même fonction de production à rendements d'échelle constants :

$$Y_{j,t} \leq A_t \left[\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right]^{\alpha\sigma/\sigma-1} H_{j,t}^{1-\alpha}$$

$$\text{avec } \alpha \in]0,1[\ ,\ \gamma_1 \in]0,1[\ ,\ \sigma > 0$$

$K_{j,t}$ représente le stock de capital utilisé par l'entreprise j, $H_{j,t}$ la quantité de travail et $E_{j,t}$ le volume des facteurs de production importés (l'énergie dans notre modèle). La fonction de production est à élasticité de substitution constante σ (CES) entre le capital et le facteur de production importé, Cobb-Douglas entre ce panier de facteurs et les heures travaillées.

A_t, la composante stationnaire de la productivité totale des facteurs suit en logarithme un processus autorégressif d'ordre un stationnaire :

$$\text{Log } (A_t) = \rho_A \log (A_{t-1}) + (1-\rho_A) \log (A) + \epsilon_{A,t}$$

où log(A) est la moyenne du processus, $\varepsilon_{A,t}$ une innovation suivant une loi normale $N(0,\sigma^2_{\varepsilon A})$, A la valeur de A_t à l'équilibre stationnaire ; ρ_A est inférieur en valeur absolue à l'unité. La productivité totale des facteurs, A_t, représente un choc technologique commun à toutes les entreprises du pays, et nous supposons que A_t, ainsi que tous les autres chocs, sont observés en début de période t.

Les ménages sont tous identiques, et leurs préférences sont décrites par la fonction d'utilité U_0, l'espérance mathématique conditionnelle à l'information disponible à la date 0 de la somme actualisée des flux d'utilité instantanés u :

$$U_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\log (C_{i,t}) + v (L_{i,t}) - \gamma_2 B_{i,t}^2\right]$$

$$\text{avec } \beta \in]0,1[\text{ et } \gamma_2 > 0$$

$C_{i,t}$ représente la consommation de bien, $L_{i,t}$ le loisir, $B_{i,t}$ les actifs financiers internationaux. Chaque ménage dispose d'une unité de temps à chaque période et alloue le temps disponible entre travail et loisir.

$$H_{i,t} + L_{i,t} \leq 1$$

En outre, les ménages accumulent du capital qu'ils louent aux entreprises. Le stock de capital se déprécie au taux δ et s'accroît à chaque période de l'investissement $I_{i,t}$:

$$K_{i,t+1} = (1-\delta)\, K_{i,t} + I_{i,t} - \Phi(I_{i,t})$$

où Φ est une fonction de coût d'ajustement portant sur le capital de forme quadratique :

$$\Phi(I_{i,t}) = \frac{\phi}{2} (K_{i,t+1} - K_{i,t})^2$$

Les ménages ont accès au marché des actifs financiers internationaux. Ils détiennent un actif financier international $B_{i,t}$ qui rapporte r^*_t, variable exogène dont la composante stationnaire suit le processus stochastique suivant :

$$\log (r^*_t) = \rho_{r^*} \log (r^*_{t-1}) + (1 - \rho_{r^*}) \log (r^*) + \epsilon_{r^*,t}$$

où $\varepsilon_{r^*,t}$ est un bruit blanc suivant une loi normale N $(0, \sigma^2_{\varepsilon r^*})$, r^* étant la valeur de r^*_t à l'état stationnaire, ρ_{r^*} est inférieur à l'unité en valeur absolue.

Les taux d'intérêt national et étranger peuvent différer à l'état stationnaire, et l'on notera τ le différentiel d'intérêt :

$$r^* = (1 + \tau)\, r$$

Comportements optimaux des ménages et des entreprises

Comme les ménages accumulent le capital, le comportement intertemporel optimal de l'entreprise j peut se décomposer en une succession de problèmes statiques. Chaque entreprise maximise son profit $\Pi_{j,t}$:

$$\Pi_{j,t} = A_t \left[\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1 - \gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right]^{\alpha\sigma/\sigma-1} H_{j,t}^{1-\alpha} -$$

$$(z_t K_{j,t} + w_t H_{j,t} + p^e_t E_{j,t})$$

où z_t représente le coût de location du capital, w_t est le salaire réel, $p^e{}_t$ le prix réel de l'énergie importée. Le prix du bien produit nationalement est choisi comme numéraire. Le prix de l'énergie importée $p^e{}_t$ est une variable exogène dont la composante stationnaire suit le processus stochastique suivant :

$$\log (p^e_t) = \rho_p{}^e \log (p^e_{t-1}) + (1 - \rho_p{}^e) \log (p^e) + \epsilon_p{}^e{}_{,t}$$

où $\varepsilon_p{}^e{}_{,t}$ est un bruit blanc suivant une loi normale $N(0, \sigma^2_{\varepsilon p^e})$, p^e est la valeur à l'équilibre stationnaire de $p^e{}_t$, $\rho_p{}^e$ est inférieur à l'unité en valeur absolue.

Les conditions de premier ordre du programme de l'entreprise j montrent que les facteurs de production sont rémunérés à hauteur de leur productivité marginale :

$$z_t = \alpha\gamma_1 \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}^{1/\sigma} \left(\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1 - \gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right)}$$

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{H_{j,t}}$$

$$p^e_t = \alpha (1 - \gamma_1) \frac{Y_{j,t}}{E_{j,t}^{1/\sigma} \left(\gamma_1 K_{j,t}^{\sigma-1/\sigma} + (1 - \gamma_1) E_{j,t}^{\sigma-1/\sigma}\right)}$$

Chaque ménage maximise la somme actualisée des flux d'utilité sous la contrainte budgétaire à la date t :

$$C_{i,t} + K_{i,t+1} - (1 - \delta) K_{i,t} + \Phi (I_{i,t}) + B_{i,t+1} - B_{i,t} \leq z_t K_{i,t} + w_t H_{i,t} + r^*_t B_{i,t}$$

Les ressources du ménage i sont les rémunérations du travail et du capital ainsi que les revenus d'intérêt des actifs internationaux qu'il détient : il consomme, investit en capitaux étrangers et nationaux et supporte le coût d'ajustement du capital physique.

Le programme d'optimisation du ménage peut s'écrire sous une forme récursive et la solution optimale vérifie l'équation de Bellman :

$$V_i (K_{i,t}, B_{i,t}, J_{i,t}) = \max \left\{ u (C_{i,t}, B_{i,t}, L_{i,t}) + \beta E_t [V_i (K_{i,t+1}, B_{i,t+1}, J_{i,t+1})] \right\}$$

s.c.

$$C_{i,t} + K_{i,t+1} - (1 - \delta) K_{i,t} + \Phi (I_{i,t}) + B_{i,t+1} - B_{i,t} \leq z_t K_{i,t} + w_t H_{i,t} + r^*_t B_{i,t} \quad (\lambda_{i,t})$$

$\lambda_{i,t}$ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire du ménage i à la date t et $J_{i,t} = \{A_t, r^*_t, p^e_t\}$ l'ensemble d'information à la date t. Les conditions de premier ordre issues de la résolution du programme de maximisation de l'utilité et décrivant le comportement optimal du ménage sont :

$$U'_{C_{i,t}} = \lambda_{i,t}$$

$$U'_{H_{i,t}} = -\lambda_{i,t}\, w_t$$

$$\beta E_t \left[(1 + z_{t+1} - \delta + \phi\,(K_{i,t+2} - K_{i,t+1}))\,\lambda_{i,t+1}\right] - (1 + \phi\,(K_{i,t+1} - K_{i,t}))\,\lambda_{i,t} = 0$$

$$\beta\, E_t\,[u'_{B_{i,t+1}} + \lambda_{i,t+1}\,(1 + r^*_{t+1})] = \lambda_{i,t}$$

Les deux premières équations déterminent la consommation du bien et l'offre de travail de la période. Elles représentent respectivement l'égalité entre l'utilité marginale de la consommation et le prix de la consommation, l'égalité entre la désutilité marginale du travail et la productivité marginale du travail. La troisième assure que la valeur marginale du capital est égale à l'utilité marginale liée à l'emploi d'une unité de capital dans le processus de production compte tenu des coûts d'ajustement — la productivité marginale du capital nette de la dépréciation est, dans ce cas, égale au taux d'intérêt réel r — et à la consommation du revenu en résultant. La quatrième assure que la valeur marginale des actifs financiers internationaux est égale à la désutilité marginale liée à la détention d'actifs financiers et aux revenus d'intérêt qui en résultent.

Nous imposons enfin les deux conditions de transversalité suivantes qui garantissent la nullité, en termes d'utilité marginale de la consommation, de la valeur actualisée du capital et des actifs financiers internationaux.

$$\lim_{\tau \to \infty} E_t\,(\lambda_{t+\tau}\,\beta^{t+\tau}\,K_{t+1+\tau}) = 0$$

$$\lim_{\tau \to \infty} E_t\,(\lambda_{t+\tau}\,\beta^{t+\tau}\,B_{t+1+\tau}) = 0$$

L'équilibre concurrentiel de l'économie

En adoptant sans perte de généralité la normalisation h = n = 1, l'équilibre concurrentiel de l'économie est donné par les conditions d'optimalité de premier ordre de l'entreprise et du ménage représentatifs ainsi que par les conditions d'équilibre suivantes :

$$Y_t + r_t^* B_t = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta) K_t + B_{t+1} - B_t + \Phi (I_{i,t})$$

$$TB_t = B_{t+1} - (1 + r_t^*) B_t$$

Ces deux dernières équations représentent respectivement l'équilibre entre les emplois et les ressources de l'économie — correspondant, ici, à l'agrégation des contraintes budgétaires des ménages — et l'équilibre externe :il est supposé que les flux commerciaux — exportations et importations de biens et services — assurent l'égalité entre la balance commerciale (TB) et les flux financiers. Il n'est pas ici nécessaire de modéliser explicitement ces flux commerciaux.

Stationnarisation et linéarisation du modèle

Comme nous ne pouvons pas déterminer analytiquement la trajectoire d'équilibre de l'économie, nous résolvons celui-ci après linéarisation autour de son état stationnaire. Nous décrivons ainsi le comportement cyclique du modèle, c'est-à-dire son évolution autour de l'équilibre stationnaire lorsqu'il est soumis à des chocs aléatoires. La procédure de résolution utilisée se décompose de la façon suivante : dans un premier temps, nous calculons l'équilibre stationnaire du modèle, en utilisant les conditions d'optimalité de premier ordre du ménage et de l'entreprise représentatifs ainsi que les équations d'équilibre emplois-ressources et d'équilibre externe ; dans un second temps, nous log-linéarisons les relations precitées autour de l'équilibre stationnaire. Nous obtenons ainsi un système d'équations linéaires à anticipations rationnelles qu'il est relativement facile de résoudre (Blanchard et Khan, 1980 ; King, Plosser et Rebelo, 1987 ; Fairise et *alii*, 1992) . Cette méthode d'approximation linéaire demeure valide tant que les chocs qui affectent l'économie sont faibles en terme de variance (Rebelo, 1988) et permet l'obtention d'un système linéaire dynamique donnant le sentier d'évolution des variables du modèle prises en écart à leur valeur d'équilibre (notées avec un chapeau) en présence de chocs exogènes.

Afin d'écrire la solution du modèle sous forme état-mesure, nous partageons le système initial en deux sous-systèmes. Le premier relie les variables de contrôle à la date t ($\hat{C}$, $\hat{H}$, $\hat{Z}$, $\hat{W}$, $\hat{Y}$, $\hat{E}$, $\hat{TB}$, $\hat{I}$) aux variables d'état à la date t ($\hat{K}$, $\hat{B}$), au multiplicateur ($\hat{\lambda}$) et aux chocs à la date t ($\hat{A}$, $\hat{p^e}$, $\hat{r^*}$). Le second de ces sous-systèmes relie les variables d'état et le multiplicateur à la date t+1 aux variables de contrôle et aux chocs à la date t+1. Sous forme matricielle, ces deux sous-systèmes s'écrivent :

$$M1 \begin{bmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{H}_t \\ \hat{z}_t \\ \hat{w}_t \\ \hat{Y}_t \\ \hat{E}_t \\ \hat{TB}_t \\ \hat{I}_t \end{bmatrix} = M2 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{K}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{B}_t \end{bmatrix} + M3 \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{p}^e_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix}$$

$$M4(L) \begin{bmatrix} \hat{K}_{t+1} \\ \hat{K}_{t+2} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{B}_{t+1} \end{bmatrix} = M5(L) \begin{bmatrix} \hat{C}_{t+1} \\ \hat{H}_{t+1} \\ \hat{z}_{t+1} \\ \hat{w}_{t+1} \\ \hat{Y}_{t+1} \\ \hat{E}_{t+1} \\ \hat{TB}_{t+1} \\ \hat{I}_{t+1} \end{bmatrix} + M6(L) \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{p}^e_{t+1} \\ \hat{r}^*_{t+1} \end{bmatrix}$$

M1, M2, M3 sont des matrices à coefficients réels, M4(L), M5(L) et M6(L) des matrices polynômiales d'ordre un à coefficients réels.

Sous l'hypothèse d'inversibilité de M1, il est possible de réécrire l'évolution des variables d'état et de co-état en fonction uniquement d'elles-mêmes et des chocs aux dates t et t+1.

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{t+1} \\ \hat{K}_{t+2} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{B}_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{K}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{B}_t \end{bmatrix} + RE_t \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{p}^e_{t+1} \\ \hat{r}^*_{t+1} \end{bmatrix} + Q \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{p}^e_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix}$$

où W, R et Q sont des matrices carrées fonctions de M1, M2, M3, M4(L), M5(L) et M6(L).

$\hat{K}_t$ et $\hat{B}_t$ sont deux variables d'état pré-déterminées, $\hat{\lambda}_t$ et $\hat{K}_{t+1}$ déterminent la dynamique *forward* du modèle. Le modèle respecte la condition de stabilité de Blanchard et Kahn (1980), et possède dans sa version linéarisée deux valeurs propres de module inférieur à un et deux de module supérieur à un. Nous obtenons ainsi la loi d'évolution du stock de capital, des actifs financiers et des chocs.

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{t+1} \\ \hat{B}_{t+1} \\ \hat{A}_{t+1} \\ \hat{pe}_{t+1} \\ \hat{r}^*_{t+1} \end{bmatrix} = V1 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{B}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{pe}_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{A,t+1} \\ \varepsilon_{pe,t+1} \\ \varepsilon_{r^*,t+1} \end{bmatrix}$$

De même, l'évolution des variables de contrôle est donnée en fonction des variables d'état et des chocs.

$$\begin{bmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{H}_t \\ \hat{z}_t \\ \hat{w}_t \\ \hat{Y}_t \\ \hat{E}_t \\ \hat{TB}_t \\ \hat{I}_t \end{bmatrix} = V2 \begin{bmatrix} \hat{K}_t \\ \hat{B}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{pe}_t \\ \hat{r}^*_t \end{bmatrix}$$

V1 et V2 sont des matrices dont les coefficients réels sont des fonctions complexes des paramètres du modèle (la technologie, les préférences, les processus stochastiques des chocs) : un élément de V2, v_{ij}, s'interprète comme l'élasticité instantanée de la variable i par rapport à la variable j. La forme état-mesure du modèle ainsi obtenue est utilisée pour simuler le modèle de façon stochastique.

ANNEXE 2 : Présentation des données et calcul du résidu de Solow

Les séries utilisées sont majoritairement issues de la base de données trimestrielles de l'INSEE pour la période 1973-1989. Les séries de prix et de quantité d'énergie importée ont été obtenues auprès de l'Observatoire de lEnergie et le taux d'intérêt réel international calculé par le Département des Diagnostics de l'OFCE. Les variables utilisées dans le modèle VAR sont les suivantes :

Y : le Produit intérieur brut marchand en millions de francs 1980,
C : la consommation finale des ménages en millions de francs 1980,
H : les heures travaillées,
I : la formation brute de capital fixe en millions de francs 1980,
E : la quantité importée de charbon, de pétrole raffiné et brut ainsi que de gaz naturel mesurée en millions de tonnes-équivalent-pétrole (Tep) ,
p^e : le coût moyen CAF à l'importation des produits énergétiques en francs/Tep hors électricité.
r^* : le taux d'intérêt réel international calculé par le Département des Diagnostics de l'OFCE à partir du taux d'intérêt nominal de long terme américain tiré des Statistiques financières de l'OCDE.
A : la composante stationnaire de la productivité totale des facteurs.

La productivité totale des facteurs (*PTF*) est obtenue à partir de la fonction de production du modèle, en rapportant le Produit intérieur brut marchand à la contribution des facteurs de production (travail, capital et énergie) . Elle dépend par conséquent des valeurs données aux paramètres σ, α et γ_1, ce dernier dépendant lui-même de σ, de E/K et de p^e/z.

$$PTF_t = \frac{Y_t}{F(K_t, E_t, H_t)}$$

$$\text{avec } F(K_t, E_t, H_t) = \left[\gamma_1 K_t^{\sigma-1/\sigma} + (1-\gamma_1) E_t^{\sigma-1/\sigma}\right]^{(\alpha\sigma/\sigma-1)} H_t^{1-\alpha}$$

La *PTF* ainsi calculée est prise en logarithme et régressée sur une tendance et une constante. Nous faisons ici implicitement l'hypothèse d'un progrès technique augmentant le travail à taux constant, en suivant King, Plosser et Rebelo (1988) :

$$\text{Log } PTF_t = c + a\, T_t + A_t$$

Le résidu *A* représente la partie stationnaire de la *PTF*, et sera appelé résidu de Solow.

On estime alors dans un second temps un processus autorégressif d'ordre un sur ce résidu de Solow *A* :

$$A_t = b\, A_{t-1} + RA_t$$

avec $0 < b < 1$ et *RA* l'innovation du processus.

Il est intéressant de comparer A à une autre mesure du résidu de Solow issue d'une fonction de production n'intégrant pas l'énergie importée dans le processus de production :

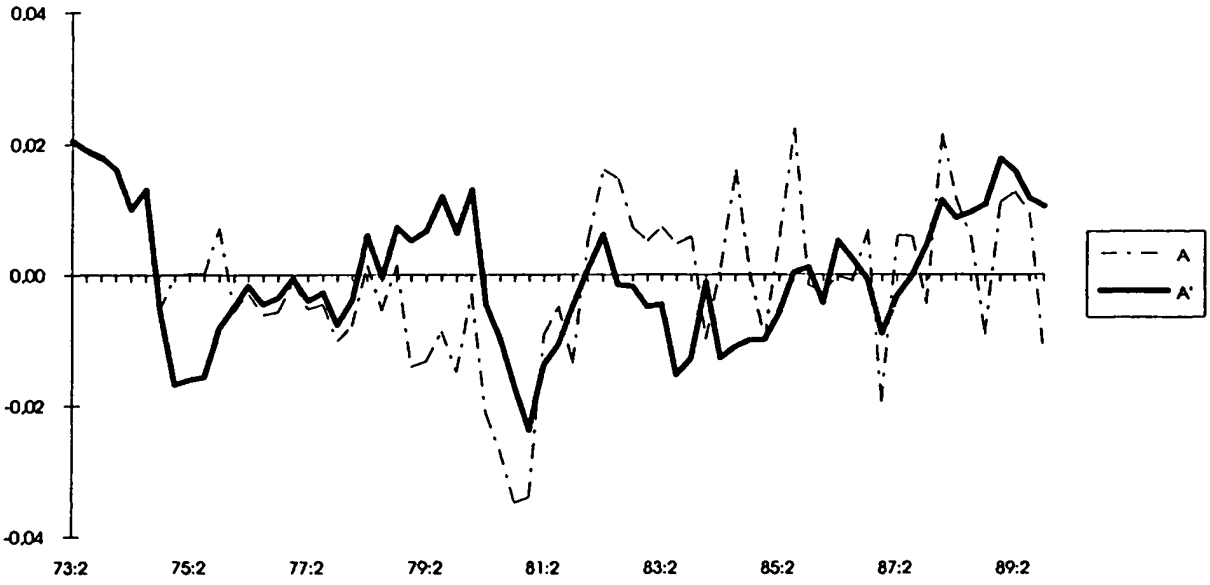
$$F(K_t, H_t) = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$$

La productivité totale des facteurs sans énergie (*PTFSE*) est alors égale à :

$$PTFSE_t = \frac{Y_t}{F(K_t, H_t)}$$

On procède alors à une stationnarisation de *PTFSE* similaire à celle de *PTF* pour obtenir une mesure du résidu de Solow notée *A'*. Les mesures *A* et *A'* sont présentées sur le graphique suivant, qui met en évidence la plus faible variabilité d'une mesure du choc technologique purgé des effets des chocs sur le prix de l'énergie.

6. Deux mesures du résidu de Solow



Source : Calculs des auteurs.

Le traitement des deux autres chocs, p^e et r^*, est identique à celui de la productivité totale des facteurs, l'hypothèse implicite étant que chacune des deux variables suit une tendance déterministe sur la période d'observation.

ANNEXE 3 : Méthode de simulation et d'estimation des réponses aux chocs dans le modèle *RBC*

Pour simuler le modèle, nous procédons dans un premier temps à des tirages des innovations affectant le système (chocs technologique, de taux d'intérêt mondial et de prix de l'énergie importée) dans leur loi. Notre objectif est de déterminer des vecteurs de variables brutes à l'aide du système état-mesure linéaire, variables que nous filtrons ensuite selon la méthode de Hodrick-Prescott afin de calculer les caractéristiques empiriques du cycle. Pour chaque simulation, nous tirons cent innovations selon une loi normale d'espérance nulle et de variance la variance estimée des chocs sur la période d'observation. Les séries de chocs permettent la construction à partir des règles de décisions optimales des séries de cent déviations relatives à l'état stationnaire pour chaque variable de commande du système. Les variables brutes x^B (valeur stationnaire + cycle) sont calculées ainsi :

$$x_t^B = x_t^{SS} \left(1 + \hat{x}_t \right) \quad , \quad t = 1, 100$$

x^{SS} représente la valeur à l'état stationnaire de la variable x, $\hat{x}$ la déviation relative de x^B à x^{SS}.

Les séries de variables brutes sont prises en logarithme et filtrées selon la méthode de Hodrick-Prescott afin d'obtenir une tendance x^{HP}. La validation quantitative du modèle théorique est donc cohérente avec l'objectif des théoriciens du cycle, à savoir l'explication des mouvements de l'activité économique dont la périodicité est inférieure à cinq ans. Le cycle filtré — pris en écart à la tendance — est le suivant :

$$\hat{x}^{HP} = x_t^B - x_t^{HP}$$

Ces opérations sont répétées pour chaque variable du modèle et pour cent tirages différents des innovations. Les caractéristiques du cycle filtré (variances, covariances,...) sont données comme moyennes empiriques sur l'ensemble de cent simulations.

Ces séries filtrées sont également utilisées à chacune des cents simulations pour estimer une système *VAR* et en calculer les réponses aux chocs exogènes. C'est la moyenne de ces réponses sur les cent simulations qui est présentée sur les graphiques de réponses aux chocs.